

Бешенков С.Н., Бешенкова В. И.
НЕСТАЦИОНАРНОЕ ОТРЫВНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ
ВЛОЖЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

Аннотация. Изучаются конечно-разностный метод и результаты расчета нестационарного деформирования вложенных цилиндрических оболочек с учетом возможности образования в процессе их колебаний зон отрыва друг от друга.

Ключевые слова: нестационарное деформирование; вложенные цилиндрические оболочки; зоны отрыва.

Beshenkov S. N., Beshenkova V. I.
NON-STATIONARY LIFT-OFF DEFORMATION OF ENCLOSED
CYLINDRICAL SHELLS

Abstract. The article deals with the finite-difference method and the results of calculations of non-stationary lift-off deformation of enclosed cylindrical shells taking into account the possibility of formation of lift-off areas in the course of their oscillations.

Keywords: non-stationary deformation; enclosed cylindrical shells; lift-off areas.

Задача о нестационарных осесимметричных колебаниях вложенных одна в другую шарнирно-опертых цилиндрических оболочек с учетом возможности образования в процессе их деформирования зон отрыва друг от друга рассмотрена в работе [1]. Предложенный подход заключается в определении перемещений оболочек под действием внешней нагрузки и (или) неизвестного контактного давления, аппроксимируемого кусочно-постоянной функцией координаты и времени. На каждом шаге по времени значения давления на участках оболочек находятся из системы уравнений, к которым приводит равенство их перемещений на этих участках. Если при этом какие-то из значений реакции получаются удерживающими, то они полагаются равными нулю и проводится их пересчет. Однако сколь-нибудь детального исследования процесса деформирования оболочек не проведено и представлены лишь результаты расчета контактных давлений.

В данной работе приводятся результаты численного решения рассматриваемой задачи с помощью метода конечных разностей.

Для описания процесса деформирования оболочек воспользуемся уравнением динамической теории, основанной на модели Кирхгофа

$$D_j \frac{\partial^4 w_j}{\partial x^4} + \frac{E_j h_j}{a_j^2} w_j + \rho_j h_j \frac{\partial^2 w_j}{\partial t^2} = f_j(x, t); \quad (1)$$

$$f_1 = Q(x, t) - R(x, t); \quad f_2 = R(x, t),$$

в котором $R(x, t)$ неизвестное контактное давление, возникающее при деформации оболочек; w, D, E, ρ, a, h - прогиб, цилиндрическая жесткость, модуль упругости и плотность материала, радиус и толщина оболочки. Индексом 1 отмечены величины, относящиеся к внутренней оболочке на которую действует возбуждающая нагрузка $Q(x, t)$.

Разобьем оболочки на N кольцевых участков точками $x_0 = 0, x_1 = \Delta x, x_2 = 2\Delta x, \dots, x_N = N\Delta x = l$, где l - длина оболочек. Обозначим через $w_{1,i}^{(n)}$ и $w_{2,i}^{(n)}$ прогибы оболочек в сечении x_i в момент времени $t_n = n\Delta t, n = 1, 2, \dots$ и заменим входящие в уравнения (1) производные соответствующими центрально-разностными операторами. В результате получаем следующие выражения для $w_{j,i}^{(n+1)}$

$$w_{j,i}^{(n+1)} = 2w_{j,i}^{(n)} - w_{j,i}^{(n-1)} - F_{j,i}^{(n)} + \frac{f_{j,i}^{(n)} \Delta t^2}{\rho_j h_j}; \quad (2)$$

$$F_{j,i}^{(n)} = \frac{D_j \Delta t^2}{\Delta x^4 \rho_j h_j} \left(w_{j,i+2}^{(n)} - 4w_{j,i+1}^{(n)} + 6w_{j,i}^{(n)} - 4w_{j,i-1}^{(n)} + w_{j,i-2}^{(n)} \right) + \frac{E_j \Delta t^2}{a_j^2 \rho_j} w_{j,i}^{(n)},$$

$$f_{1,i}^{(n)} = Q_i^{(n)} - R_i^{(n)}; \quad f_{2,i}^{(n)} = R_i^{(n)}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1$$

Неизвестные величины $R_i^{(n)}$ находим из равенства

$$w_{1,i}^{(n+1)} = w_{2,i}^{(n+1)}, \quad (3)$$

которое дает

$$R_i^{(n)} \Delta t^2 \left(\frac{1}{\rho_1 h_1} + \frac{1}{\rho_2 h_2} \right) = 2 \left(w_{1,i}^{(n)} - w_{2,i}^{(n)} \right) - \left(w_{1,i}^{(n-1)} - w_{2,i}^{(n-1)} \right) - \left(F_{1,i}^{(n)} - F_{2,i}^{(n)} \right) + \frac{Q_i^{(n)} \Delta t^2}{\rho_1 h_1} \quad (4)$$

Если при этом какие-то их $R_i^{(n)}$ оказываются отрицательными (удерживающими), то их необходимо положить равными нулю.

Из нулевых начальных условий следует, что

$$w_{j,i}^{(0)} = 0; \quad w_{j,i}^{(-1)} = w_{j,i}^{(1)}, \quad (5)$$

поэтому для расчета на первом шаге по времени ($n=0$) из (2) и (4) получаем

$$R_i^{(0)} = Q_i^{(0)} \frac{\rho_2 h_2}{\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2}; \quad w_{1,i}^{(1)} = \frac{(Q_i^{(0)} - R_i^{(0)}) \Delta t^2}{2\rho_1 h_1}; \quad w_{2,i}^{(1)} = \frac{R_i^{(0)} \Delta t^2}{2\rho_2 h_2} \quad (6)$$

Сеточные значения $w_{j,-1}^{(n)}, w_{j,0}^{(n)}, w_{j,N}^{(n)}, w_{j,N+1}^{(n)}$ необходимые для расчета по формулам (2) при $i = 1$ и $i = N - 1$ находим используя центрально-разностные аппроксимации краевых условий.

Например, при шарнирном опирании краев имеем (индекс j опущен)

$$w_0^{(n)} = w_N^{(n)} = 0; w_{-1}^{(n)} = -w_1^{(n)}; w_{N+1}^{(n)} = -w_{N-1}^{(n)} \quad (7)$$

а при защемлении

$$w_0^{(n)} = w_N^{(n)} = 0; w_{-1}^{(n)} = w_1^{(n)}; w_{N+1}^{(n)} = w_{N-1}^{(n)} \quad (8)$$

Приведем результаты расчетов контактного деформирования вложенных друг в друга цилиндрических оболочек, возбуждаемых изнутри нагрузкой

$$Q(x, t) = \left[H(t) - H\left(t - \frac{\pi}{\omega}\right) \right] \sin \omega t, \quad (9)$$

где $\omega = 3,48 \cdot 10^4 \text{с}^{-1}$, $H(t)$ - функция Хевисайда.

На рис.1 кривыми 1 и 2 показаны зависимости прогибов от времени в центре внутренней и наружной оболочек, изготовленных соответственно из стали и меди и имеющих следующие геометрические размеры: $a_1=0,6$ м, $a_2=0,63$ м, $h_1 = h_2 = 0,03$ м, $l=1,5$ м. Из рисунка видно, что оболочки находятся в контакте почти до момента достижения максимального отклонения от недеформируемого состояния внутренней стальной оболочкой. Далее прогиб внутренней оболочки начинает уменьшаться, в то время как у внешней он продолжает расти. Объясняется это тем, что внешняя оболочка обладает по сравнению с внутренней значительно меньшей основной частотой колебаний. После отрыва внутренняя и наружная оболочки движутся независимо друг от друга, пока в какой-то момент времени снова не вступают в контакт. Очевидно, что значение этого момента времени зависит от соотношения основных частот колебаний оболочек, а направление дальнейшего движения определяется соотношением количеств движений оболочек в этот момент времени.

В рассматриваемом примере стальная оболочка, вступив в контакт с медной «заставила» её изменить направление движения. Иная картина наблюдается на рис.2, где такие же зависимости приведены для случая, когда медная оболочка находится внутри стальной. Радиусы оболочек $a_1=0,57$ м, $a_2=0,6$ м, а остальные параметры те же. Здесь оболочки находятся в контакте значительно большее время, поскольку наружная оболочка, обладая более высокой основной частотой колебаний, «управляет» движением внутренней. Из контакта они выходят при достижении внешней оболочкой максимального отклонения в отрицательную сторону. Далее наружная оболочка возвращается к недеформированному состоянию, а прогиб внутренней продолжает расти и по абсолютной величине превосходит максимальный прогиб. Изменение со временем контактных движений в сечении $x = \frac{l}{2}$ для рассмотренных случаев контакта оболочек представлены на рис.3 соответственно кривыми 1 и 2. Характер их изменения согласуется с рассмотренными выше особенностями деформирования вложенных оболочек.

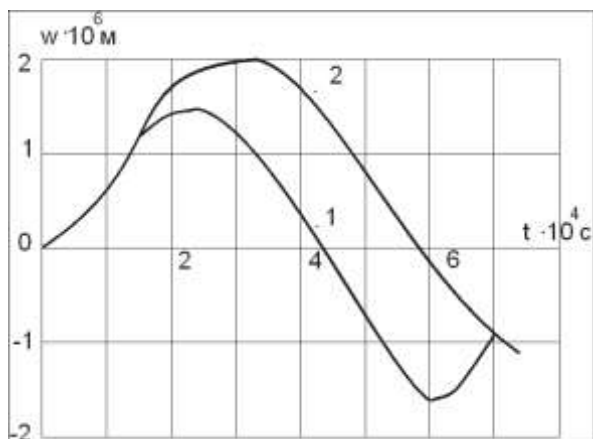


Рис. 1

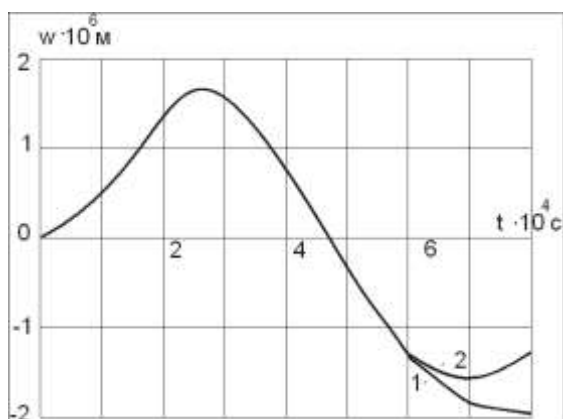


Рис. 2

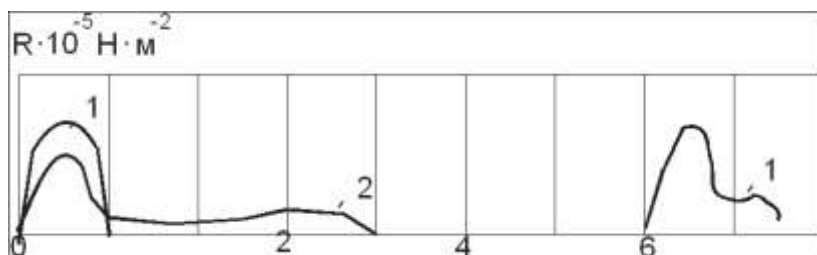


Рис. 3

Список литературы

1. Янютин Е.Г. Импульсное деформирование упругих элементов конструкций. Киев. «Наукова думка». 1993- 146 с.

ДАННЫЕ ОБ АВТОРАХ

Бешенков Сергей Николаевич, профессор, доктор технических наук, доцент. Московский институт инженеров транспорта (Смоленский филиал), ул. Беляева, д.45, г. Смоленск, 214012, Россия. Электронная почта: bvi0110@mail.ru.

Бешенкова Вера Ильинична, доцент, кандидат технических наук, доцент. Смоленский филиал Российского Экономического Университета им. Г.В. Плеханова, ул. Нормандии-Неман, д.21, г. Смоленск, 214030, Россия. Электронная почта bvi0110@mail.ru